Pişkin Tunç, M. (2024). Orantısal Akıl Yürütme Nedir? Matematik Öğretim Programındaki Yeri ve Önemi. *Korkut Ata Türkiyat Araştırmaları Dergisi*, 19, 132-143.

KORKUT ATA TÜRKİYAT ARAŞTIRMALARI DERGİSİ
Uluslararası Dil, Edebiyat, Kültür, Tarih, Sanat ve Eğitim Araştırmaları Dergisi
The Journal of International Language, Literature, Culture, History, Art and Education Research

Sayı/*Issue* 19 (**Aralık/***December* 2024), s. 132-143
Geliş Tarihi-*Received*: 15.09.2024
Kabul Tarihi-*Accepted*: 30.10.2024
Araştırma Makalesi-*Research Article*
ISSN: 2687-5675
DOI: 10.51531/korkutataturkiyat.264

Orantısal Akıl Yürütme Nedir? Matematik Öğretim Programındaki Yeri ve Önemi

What is Proportional Reasoning? Its Place and Importance in Mathematics Curriculum

Mutlu PİŞKİN TUNÇ*

Öz

Orantısal akıl yürütme, matematiğin temel yapı taşlarından biri olup, öğrencilerin sadece matematikte değil, aynı zamanda günlük hayatta karşılaştıkları birçok problemle başa çıkabilmeleri için de kritik bir beceridir. Orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilmesi, ortaokul matematik öğretim programının en önemli amaçlarından biridir. Bu çalışmanın amacı, orantısal akıl yürütme becerisinin ne olduğunu ortaya koymak, bu kavramın ortaokul matematiğindeki yeri ve önemini ilgili kaynakları derleyerek sunmaktır. Bu çalışma nitel araştırma kapsamında tasarlanmış ilgili dokümanların bir araya getirilip raporlaştırılmasıyla sunulan bir derleme araştırmasıdır. Alan yazında orantısal akıl yürütme kavramıyla ilgili kaynaklar doküman analizi tekniği ile toplanarak sunulmuştur. Orantısal akıl yürütme, sadece oran ve orantı kavramlarını ezberlemekten ibaret olmayan, daha ziyade nicelikler arasındaki ilişkileri derinlemesine anlamayı gerektiren kapsamlı bir matematiksel düşünme sürecidir. Bu beceriyi ölçmek için bilinmeyen değer, sayısal karşılaştırma ve nitel akıl yürütme soruları olmak üzere üç farklı soru türünün kullanıldığı görülmüştür. Orantı sorularını çözmek için cebir kurallarının uygulandığı formal stratejiler ve orantılı ilişkilerin kullanıldığı informal stratejiler vardır.

Anahtar Kelimeler: Orantısal akıl yürütme, oran, orantı.

Abstract

Proportional reasoning is one of the basic building blocks of mathematics. It is a critical skill for students to cope with many problems they encounter in mathematics and daily life. Developing proportional reasoning skills is one of the most important goals of the middle school mathematics curriculum. This study aims to reveal proportional reasoning and to present the place and importance of this concept in middle school mathematics by reviewing relevant sources. This study is a review study presented by gathering and reporting relevant documents designed within the scope of qualitative research. Resources related to the concept of proportional reasoning in the literature were collected and presented with the document analysis technique. Proportional reasoning is a comprehensive mathematical thinking process that does not consist of simply memorizing the concepts of ratio and proportion but rather requires a deep understanding of the relationships between quantities. Three different question types were used to measure this skill: missing value, numerical comparison, and qualitative reasoning questions. There are formal strategies where algebraic rules are applied

* Doç. Dr., Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Ereğli Eğitim Fakültesi, e-posta: mutlupiskin@gmail.com, ORCİD: 0000-0002-6703-1325.

to solve proportionality questions and informal strategies where proportional relationships are used.

Keywords: Proportional reasoning, ratio, proportion.

Giriş

Orantısal akıl yürütme, ilkokul, ortaokul ve lise matematik öğretim programında yer alan pek çok kavramın temelini oluşturan bir beceri olup, öğrencilerin matematiksel gelişiminde merkezi bir role sahiptir. Bu beceri, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yapılandırma, soyut kavramları somutlaştırma ve problem çözme stratejilerini geliştirme süreçlerinde hayati öneme sahiptir. Orantısal akıl yürütmenin, matematik öğretiminde bu denli önemli bir yer tutmasının nedeni, bu becerinin sadece matematiksel kavramların anlaşılmasını değil, aynı zamanda günlük yaşam problemlerinin çözümünde de etkin olmasıdır. Bu bağlamda, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimine yönelik olarak tasarlanan öğretim süreçlerinin, matematik öğretiminde öncelikli hedefler arasında yer alması önerilmektedir. Benzer şekilde Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000), orantısal akıl yürütmenin matematikteki önemi göz önüne alındığında, bu becerinin dikkatli bir şekilde geliştirilmesini sağlamak için harcanması gereken her türlü zaman ve çabayı hak ettiğini vurgulamıştır. Bunu yanında, öğrencilerin, orantısal ilişkileri modelleyebilecekleri ve bu ilişkiler üzerinden problemleri çözebilecekleri çeşitli problem durumlarıyla karşılaşmaları, bu becerinin gelişimini destekleyeceği belirtilmiştir.

Orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilmesi, ortaokul matematik dersinin en önemli hedeflerinden biridir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013, 2018, 2024; Van de Walle vd., 2010). Bu beceri, ortaokul matematik öğretim programındaki matematiksel fikirlerin anlaşılmasının bir ölçüsüdür. Dahası, lisede daha karmaşık kavramlar için matematiksel bir temel sağlar (Lamon, 2012). Orantısal akıl yürütme, "ilkokul aritmetiğinin temel taşı ve ardından gelen her şeyin köşe taşı" olarak nitelendirilir (Lesh vd., 1988, s. 94). Başka bir deyişle, ilköğretim ve lise matematik kavramlarını ve ötesini anlamak için gerekli olan önemli bir akıl yürütme türüdür. Orantısal akıl yürütme, oran, orantı, yüzde, cebirsel ifadeler, trigonometri gibi birçok matematiksel kavramın temelini oluşturur. Oran ve orantı kavramları üzerine inşa edilen orantısal akıl yürütme, öğrencilerin somut sayısal işlemlerle başlayan matematiksel yolculuklarını, daha soyut cebirsel ve matematiksel kavramlara doğru köprüleyen temel bir beceri olarak kabul edilir (Fuson & Abrahamson, 2005; Lamon, 2007). NCTM (2000), ortaokul düzeyindeki matematik öğretim programındaki farklı konuları birbirine bağlayan temel kavramlar arasına orantılılık kavramını yerleştirir. NCTM' e (2000) göre, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmeleri için aşağıdaki alanlarda desteklenmeleri gerekmektedir:

- Rasyonel sayılar: Kesirler, ondalık sayılar ve yüzde gibi rasyonel sayılar arasındaki ilişkileri anlamaları,
- Oran ve orantı: Farklı temsiller (tablolar, grafikler, denklemler) kullanarak oran ve orantıyı ifade etmeleri ve bu ilişkileri çözmeleri,
- Değişim: Nicelikler arasındaki değişimleri incelemeleri ve bu değişimler arasındaki ilişkileri anlamaları,
- Problem çözme: Orantısal düşünmeyi kullanarak gerçek hayat problemlerini modellemeleri ve çözmeleri.

Bu dört alan, orantısal akıl yürütmenin birbirini tamamlayan parçalarıdır. Örneğin, orantı, iki rasyonel sayının eşitliği olarak ifade edilir. Kesirler, ondalık sayılar ve yüzdeler, oranları ifade etmek için kullanılan farklı temsillerdir. Öğrencilerin bu farklı temsiller arasındaki geçişi yapabilmeleri, oranları karşılaştırabilmeleri ve orantı problemlerini çözebilmeleri için rasyonel sayıları iyi anlamaları gerekmektedir. Bunun yanında, oran ve orantı, orantısal akıl yürütmenin merkezinde yer alan kavramlardır. Öğrencilerin farklı temsiller (tablolar, grafikler, denklemler) kullanarak oran ve orantıyı ifade edebilmeleri, bu ilişkileri görselleştirebilmeleri ve farklı çözüm stratejileri geliştirebilmeleri için bu konuya hâkim olmaları gerekmektedir. Benzer şekilde değişim kavramı orantısal akıl yürütmede önemli bir role sahiptir. Bilindiği üzere, orantısal ilişkilerde nicelikler arasında doğrusal bir ilişki vardır. Yani bir nicelik değiştiğinde, diğer nicelik de aynı oranda değişir. Öğrencilerin nicelikler arasındaki değişimleri incelemeleri, bu değişimlerin nedenlerini anlamaları ve bu değişimleri matematiksel olarak modelleyebilmeleri için değişim kavramını iyi kavramaları gerekmektedir. Orantısal akıl yürütmenin en önemli amaçlarından biri, gerçek hayat problemlerini çözebilmektir. Öğrencilerin karşılaştıkları problemleri analiz edebilmeleri, uygun bir strateji seçebilmeleri ve çözümü doğru bir şekilde ifade edebilmeleri için problem çözme becerilerini geliştirmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin bu alanlardaki bilgilerini birleştirerek, farklı türdeki orantı problemlerini çözebilmeleri ve günlük hayatta karşılaştıkları durumları daha iyi anlamaları beklenir. Benzer şekilde Ezaki vd. (2024) öğretmenlerin kesirler ve oranlar hakkındaki bilgilerini inceledikleri çalışmalarında, öğretmenlerin bu iki kavram hakkındaki bilgisinin birbirine bağımlı olduğunu ortaya koymuştur.

Orantısal akıl yürütme, matematiğin temel yapı taşlarından biri olarak, yalnızca matematiksel problemlerin çözümünde değil, aynı zamanda günlük yaşamda karşılaşılan pek çok durumla başa çıkmada kritik bir beceridir. Öğrencilerin bu beceriyi geliştirmesi hem akademik başarılarını hem de gerçek yaşam problemlerini çözme kapasitelerini artırmaktadır. Bu çalışmanın amacı, orantısal akıl yürütmenin tanımını, matematik öğretim programındaki yerini ve önemini ilgili alan yazın doğrultusunda detaylı bir şekilde ortaya koymaktır. Çalışmada, orantısal akıl yürütmeyle ilgili tanımlar, soru türleri, çözüm stratejileri, yaygın yanılgılar ve yanlış bilinen noktalar ele alınarak bir derleme yapılmıştır. Özellikle lisans ve yüksek lisans öğrencileri ile öğretmenlerin bu konuda bilgi edinmelerine katkı sağlamak amacıyla, Türkçe bir kaynak sunma hedeflenmiştir. Bu bağlamda, çalışma hem eğitsel hem de pratik bir rehber olma amacı taşımaktadır.

1. Yöntem

Bu çalışma nitel araştırma kapsamında tasarlanmış bir derleme niteliğinde olup, alan yazında orantısal akıl yürütmeyle ilgili kaynaklar doküman analizi tekniği kullanılarak bir araya getirilip sunulmuştur. Doküman analizi tekniği, belirli amaçlara yönelik kaynakların bulunması, okunması ve incelenmesi süreçlerini içerir (Karasar, 2005; Yıldırım & Şimşek, 2016). Orantısal akıl yürütme kavramının ne olduğu ve matematik öğretim programındaki yeri ve önemine ilişkin dokümanlar derlenip bir araya getirilmiştir. Araştırma, araştırma soruları yerine konulara dayanıyorsa ve konuyu ele almayı ön planda tutuyorsa derleme araştırması olarak adlandırılabilir (Aydoğdu vd., 2017).

2. Orantısal Akıl Yürütme

2.1. Orantısal Akıl Yürütme Nedir?

Orantısal akıl yürütme, orantılı ilişkileri tespit etmek, ifade etmek, analiz etmek, açıklamak ve bu ilişkilerin varlığını destekleyen kanıtlar sunmak anlamına gelir (Lamon, 2007). Ayrıca iki nicelik arasındaki sabit ilişkileri anlama ve bu ilişkileri farklı ölçeklerde çoğaltıp azaltarak değerlendirme yeteneği olarak da görülür (Lamon, 2012). Benzer şekilde Cramer vd. (1993) orantısal akıl yürütme becerisini, matematiksel olarak orantılarla oluşturulan durumları tanıma, orantısız durumlardan ayırma, orantılı ilişkileri sembolik olarak ifade etme ve orantı sorularını çözme yeteneği olarak tanımlamıştır. Bunun yanında orantısal akıl yürütmenin hem nitel hem de nicel bir süreç olduğu ileri sürülmektedir (Lesh vd., 1988). Başka bir ifadeyle orantısal akıl yürütme, sadece orantıyı kurmak ve mekanik olarak kuralları ve işlemleri uygulamakla sınırlı değildir (Hoffer, 1988; Lamon, 2007). Aksine orantısal akıl yürütme, değişkenler arasındaki ilişkileri bilinçli olarak analiz eden ve argümantasyon içeren zihinsel bir süreçtir (Lamon, 2007, 2012). Benzer şekilde, Lesh vd. (1988), orantısal akıl yürütmeyi "birlikte değişim ve çoklu karşılaştırmalar duygusunu ve bilgiyi zihinsel olarak depolama ve işleme yeteneğini içeren bir matematiksel akıl yürütme biçimi" olarak tanımlar (s. 93). Genel olarak Lamon (2007), orantısal akıl yürütme becerisinin aşağıdaki yetileri gerektirdiğini iddia eder:

- Uygun gerçek hayat bağlamlarını organize etmek için matematiksel bir model olarak orantısallığı kullanma,
- Orantısallığın uygun bir matematiksel model olmadığı durumları, uygun olduğu durumlardan ayırt etme,
- Orantısallığın dilini geliştirme ve kullanma,
- İki niceliğin birlikte değişimini ifade etmek için fonksiyonlar kullanma,
- $y = \mathrm{m}x$ ve $y = \mathrm{m}x + \mathrm{b}$ biçimindeki fonksiyonlar arasındaki farkı açıklayabilme, ikinci fonksiyonda, y ve x'in orantılı olmadığını fark etme,
- Doğru orantılı niceliklere ait grafiğin orijinden geçen bir doğru olduğunu bilmek,
- y = mx + b grafiğinin y eksenini orijinden b birim yukarıda kesen bir doğru olduğunu bilmek,
- Farklı orantısal ilişkileri ayırt etme ve bunların her birini uygulanabilir olduğu gerçek hayat durumlarıyla ilişkilendirebilme: doğru orantı, ters orantı, karesiyle orantılı ($y = \mathrm{k}x^2$) ve küpüyle orantılı ($y = \mathrm{k}x^3$),
- Doğru orantılı iki niceliğe ($y = \mathrm{k}x$) ait orantı sabitinin k olduğunu bilmek,
- Ters orantılı iki niceliğe ($\mathrm{k} = yx$) ait orantı sabiti k'nın iki niceliğin çarpımı olduğunu bilmek,
- Ters orantılı niceliklere ait grafiğin bir hiperbol olduğunu bilmek (s. 639-640).

Lamon (2012), orantısal akıl yürüten bireylerin problem çözme süreçlerinde daha esnek ve yaratıcı olduklarını savunur. Cramer ve Post (1993) ise orantısal akıl yürütmenin, basitçe algoritmik prosedürlerin uygulanmasıyla sınırlı olmadığını, bunun yerine daha derinlemesine bir matematiksel anlayışı gerektirdiğini belirtir. Dolayısıyla, bir orantı sorusuna doğru cevap vermek, bireyin orantısal akıl yürüttüğünün kesin bir göstergesi değildir. Öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki düşünsel yapılarını incelemek, orantısal akıl yürütme becerilerinin daha doğru bir şekilde değerlendirilmesini sağlar (Cramer, vd., 1993; Lamon, 2007). Benzer şekilde Lamon (2007), orantı sorularının mekanik hesaplamalar veya ezberlenmiş kurallar (örneğin, içler-dışlar çarpımı) aracılığıyla da çözülebileceğini bu yüzden orantı problemlerini çözebilmenin her zaman orantısal akıl yürütmenin varlığını göstermediğini vurgular.

2.2. Oran ve Orantı Kavramları

Oran ve orantı, orantısal akıl yürütmenin genel şemsiyesi altında yer alan kavramlardır. Bu nedenle, bu kavramları tam anlamıyla anlamak için bireyin orantısal ilişkileri derinlemesine kavraması gerekmektedir. Oran, "göreceli büyüklüğün soyut kavramını ileten karşılaştırmalı bir indeks" olarak tanımlanır (Lamon, 1995, s. 169). Bir oran farklı şekillerde temsil edilebilir (örneğin, a:b ve a/b). Aynı ölçüm uzayındaki nicelikleri karşılaştıran iki tür oran vardır: parça-bütün oranları ve parça-parça oranları. Parça-bütün oranları, bir parçanın bir bütüne karşılaştırılması (örneğin, bir sınıftaki kız öğrenci sayısının sınıftaki öğrenci sayısına oranı) iken, parça-parça oranları, bir bütünün bir parçasının aynı bütünün başka bir parçasıyla karşılaştırılmasıdır (örneğin, bir sınıftaki kız öğrenci sayısının erkek öğrenci sayısına oranı) (Ben-Chaim vd., 2012). Kesir ise bütünün kaç eşit parçaya bölündüğünü ve bu parçaların kaç tanesini aldığımızı gösterir. Örneğin, 3/4 kesri, bir bütünün 4 eşit parçaya bölündüğünü ve bu parçaların 3 tanesini aldığımızı ifade eder. Kesirler, aynı bütünün farklı parçalarını temsil eder. Bir kesir de parça-bütün oranı içerdiğinden, her kesrin aynı zamanda bir oran olduğu sonucuna varılabilir (Lamon, 2012). Fakat, her oran bir kesir değildir. İkisinin farkı neyi ifade ettiklerinde gizlidir. Daha açıklayıcı olması için denk kesirleri ve eşit oranları ele alalım. Denk kesirlerin anlamı, aynı miktarın farklı gösterimleri olduğudur. Yani ikisi de aynı bütünün eşit miktarlarını belirtir. Örneğin, 1/2 ve 2/4 kesirleri aynı pastanın farklı şekillerde ifade edilmiş yarım porsiyonlarını gösterir. Oysa iki oranın eşitliğinde oranlar farklı miktarları gösterebilir. Burada eşitlik sayısal anlamda farklı iki miktarın aynı özelliğe sahip olduğu bir durumu ifade edebilir. Örneğin, iki bardak yoğurt ve üç bardak su ile hazırlanan ayran, altı bardak yoğurt ve dokuz bardak su ile hazırlanan ayran ile miktar olarak farklılık göstermesine rağmen tat olarak aynıdır.

Ayrıca her oranın bir rasyonel sayı olmadığını da belirtmek önemlidir. Örneğin, bir dairenin çevresinin çapına oranı olan Pi (π) rasyonel bir sayı değildir (Ben-Chaim vd., 2012; Lamon, 2012). Ayrıca, bir oranın ikinci bileşeni sıfır olabilir (Lamon, 2012). Örneğin, beş elmanın iki çocuk arasında bölündüğünü varsayalım. İlk çocuk hiçbir şey almazsa ve ikinci çocuk tüm elmaları alırsa, orantılı durumu tanımlamak için oranı 0:5 olarak yazabiliriz. Ancak, ilk çocuk tüm elmaları alırsa ve ikinci çocuk hiçbir şey almazsa, oran 5:0 olur; bu matematiksel olarak tanımsızdır, ancak gerçek hayatta orantılı bir durumu tanımlar (Ben-Chaim vd., 2012).

Lamon (1995, s. 171), orantıyı; "aynı ilişkiyi ifade eden en az iki oranın eşitliği" olarak tanımlar. Bu tanıma ek olarak, Ben-Chaim vd. (2012), orantının bir başka yönünü belirtir ve iki kümenin karşılık gelen elemanlarının, aralarında sabit bir oran varsa orantılı bir ilişkide olduğunu belirtir. Başka bir deyişle, iki nicelik arasındaki çarpımsal ilişkinin aynı veya zıt yönde sabit olması gerekir. Benzer şekilde, Lamon (2007, 2012), orantısal ilişkilerde iki temel değişmezlik türünü tanımlamıştır: biri iki niceliğin oranının değişmezliği, yani iki nicelik doğrusal ilişkili olduğunda iki niceliğin oranının korunması ve diğeri iki niceliğin çarpımının değişmezliği, yani nicelikler ters orantılı olduğunda niceliklerin çarpımının korunmasıdır. Doğru orantılı ilişkiye örnek olarak bir aracın sabit hızla ilerlediğini düşünelim. Eğer araç saatte 60 km hızla gidiyorsa, geçen süre ve gidilen mesafe arasında bir oran vardır: 1saatte 60 km, 2 saatte 120 km, 3 saatte 180 km. Burada gidilen mesafe ve geçen zaman arasındaki oran hep 60:1 olarak sabit kalır. İki niceliğin çarpımının sabit olduğu durumlarda ters orantılı bir ilişki söz konusudur. Örneğin, bir havuzu doldurmak için kullanılan muslukları düşünelim. Eğer tek bir musluk havuzu 6 saatte dolduruyorsa, aynı debideki iki musluk kullanıldığında havuz 3 saatte dolar: Tek musluk: 1 musluk × 6 saat = 6 birim iş, iki musluk: 2 musluk × 3 saat= 6 birim iş. Burada musluk sayısı arttıkça doldurma süresi azalır, ancak musluk sayısı ile süre çarpımı (6 birim iş) sabit kalır. Orantısal akıl yürütme, bu temel değişmezlik türlerini tanımayı gerektirir (Lamon, 2012). Ayrıca, Lamon (2007) iki nicelik arasındaki ilişki korunursa, yani orijinal oranları korunursa, bu niceliklerin artırılabilir veya azaltılabilir olduğunun vurgusunu yapar. Doğru bir orantıda, ilgili niceliklerin değişim yönü aynıdır; yani, her iki nicelik de artar veya azalır. Bununla birlikte, kritik nokta, her iki niceliğin de aynı oranda artması veya azalmasıdır (Lamon, 2012). Ancak, ters bir orantıda, iki nicelik de senkronize bir şekilde birlikte değişse de değişim yönü aynı değildir (Lamon, 2007). Yani, bir nicelik belirli bir oranda arttığında, diğer nicelik aynı oranda azalır (Lamon, 2012).

2.3. Orantısal Akıl Yürütmenin Gelişimi

Orantı sorularının çözümünde öğrencilerin ezbere dayalı işlem yapmalarını önlemek için, öncelikle orantısal ilişkileri anlamalarını sağlayan informal stratejiler kullanılmalıdır. Farklı soru tiplerinde bu stratejileri kullanarak içselleştirdikten sonra, hızlı çözüm sunan formal stratejilere geçilebilir. Lamon'a (2012) göre, orantısal akıl yürütme becerisine sahip bir kişi, orantı ve ters orantı gibi durumlarda nicelikler arasındaki ilişkileri anlar ve içler-dışlar çarpımını kendiliğinden keşfeder. Eğer biz öğrencilere baştan formal stratejileri verip, orantısal ilişkileri görmeden iki oranı eşitlemelerini istersek, onların bu önemli becerilerini geliştiremeyiz. Benzer şekilde MEB'e (2024) göre, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirebilmeleri için çeşitli bağlamlar veya gerçek yaşam durumları sunulmalıdır. Bu durumlar üzerinden orantı soruları oluşturmaları ve oluşturdukları bu soruları çözme adımlarını takip ederek farklı stratejilerle çözmeleri istenebilir.

Orantısal akıl yürütmenin temelini, çarpımsal ilişkileri anlamak ve bunları toplamsal ilişkilerden ayırt edebilmek oluşturur. Orantısal akıl yürütebilen bir birey, bir sorudaki nicelikler arasındaki ilişkinin türünü (çarpımsal, toplamsal veya sabit) doğru bir şekilde belirleyebilir. Ancak, öğrencilere oran ve orantı kavramlarını ezbere algoritmalarla öğretmek, bu becerilerini geliştirmelerini engeller. Bunun yanında öğrencilerin orantılı ve orantılı olmayan durumları ayırt etme yeteneklerini zayıflatır. Ayan Civak vd. (2024) yedinci sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada, çoğu öğrencinin tamsayı olmayan oranlarla çalışırken zorlandığını ve bu durumun hatalı toplamsal akıl yürütmeye yol açtığını göstermiştir. Hatalı toplamsal akıl yürütme, bir orantıdaki niceliklerin farkını veya toplamını göz önünde bulundurarak çözüme ulaşmaya çalışmak olarak tanımlanabilir (Ben Chaim vd., 2012). Örneğin, "Bir meyve suyunda 3 tane havuç ve 5 tane portakal vardır. Eğer 2 tane havuç daha eklersek, kaç tane portakal eklemeliyiz ki tat aynı kalsın?" sorusuna bakalım. Bu sorunun çözümü için, öğrenci, 2 tane havuç eklendiğini görüyor ve portakal için de aynı şeyi yapmaya çalışıyorsa yani, 5 tane portakala 2 portakal daha ekleyerek soruyu çözüyorsa bu öğrenci hatalı toplamsal akıl yürütmeyi kullanmıştır. Bu hatalı bir çözümdür çünkü, öğrenci, oranı koruyacak şekilde miktarları ayarlamak yerine, her iki niceliğe de aynı miktarda ekleme yaparak bir hata yapmaktadır. Oysa orantı problemlerinde, nicelikler arasındaki ilişkiyi koruyacak şekilde nicelikleri aynı oranda artırmak veya azaltmak gerekmektedir. Öğrencilerin, özellikle tamsayı olmayan oranlar içeren orantı sorularında, hatalı toplamsal stratejiler kullandıkları gözlemlenmiştir. (Ayan Civak vd., 2024; Cramer vd., 1993; Pişkin Tunç, 2020; Singh, 2000).

Diğer taraftan, öğretmenler tarafından sıklıkla kullanılan "İki nicelik aynı yönde değişiyorsa doğru, zıt yönde değişiyorsa ters orantılıdır" gibi genel geçer sayılan tanımlar, öğrencilerin orantısal ilişkileri yanlış anlamalarına neden olmaktadır. Araştırmalar, çok fazla öğrenci, öğretmen ve öğretmen adayının orantılı olmayan durumları bile orantısalmış gibi değerlendirdiğini göstermektedir (Cramer vd., 1993; Pişkin-Tunç & Çakıroğlu, 2022; Van Dooren vd., 2003, 2005). Örneğin, "Bir annenin yaşı 40, kızının yaşı 10 ise, anne 60 yaşına geldiğinde kız kaç yaşında olur?" sorusunda öğrenciler, annenin ve kızının ikisinin de yaşlarının artması nedeniyle orantı kurma eğilimindedir. Oysa bu durum, toplamsal bir ilişki içermektedir. Bu tür yanlış anlamalar, orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimini olumsuz etkilemektedir. Öğretmen adaylarının bile orantısal akıl yürütme konusunda zorlandıklarını gösteren çarpıcı bir örnek, Cramer vd. (1993) yaptığı çalışmadaki koşu sorusudur. Soru şu şekildedir; "Bir yürüyüş yolunda yürüyen Buse ve Melisa aynı hızda yürümektedir. Buse yürümeye Melisa'dan önce başlamıştır. Buse 9 tur yürüdüğünde Melisa 3 tur yürümüştür. Melisa 15 tur yürüdüğünde Buse kaç tur yürümüştür?" Çoğu öğretmen adayı, sorudaki nicelikler arasında toplamsal bir ilişki olmasına rağmen orantı kurarak çözüm bulmuştur. Bu durum, "doğrusal ilişki varsa orantı vardır" gibi yaygın bir yanılgının varlığını göstermektedir. Oysa orantısal ilişkiler, y=mx şeklinde ifade edilirken, bu sorudaki ilişki y=mx+n şeklinde ifade edilir ve doğrusal olmasına rağmen orantısal değildir. Bu örnek, orantısal akıl yürütmenin öğretiminde dikkatli olunması gerektiğini açıkça göstermektedir.

2.4. Orantısal Akıl Yürütme Çalışmalarında Kullanılan Soru Türleri

Alan yazında orantısal akıl yürütme becerisini ölçmek için üç farklı soru türünün kullanıldığı görülmüştür (Cramer vd., 1993; Heller vd., 1990; Post vd., 1988). Kullanılan soru türleri; bilinmeyen değer soruları, sayısal karşılaştırma soruları ve nitel akıl yürütme soruları (yani, nitel tahmin ve nitel karşılaştırma soruları) olarak sınıflandırılır. Bilinmeyen değer sorusu, "a/b = c/d orantısında dört değerden üçünü vererek eksik değeri bulmayı hedefler" (Lamon, 2007, s. 637). Bilinmeyen değer soruları okul matematiğinde ve matematik ders kitaplarında karşımıza sıklıkla çıkmaktadır. Örneğin bir bilinmeyen değer sorusu şu şekilde olabilir: "Bir yürüyüş yolunda 3 km'yi 30 dakikada yürüyen bir kişi aynı hızla yürürse 9 km'yi kaç dakikada yürür?" Bu soruda, verilenler; yürüme mesafesi (3 km) ve yürüyüş süresi (30 dakika) ile bilinmeyen bir sürede yürünen mesafedir (9 km). Bu soruda bilinmeyen yürüyüş süresini bulmak amaçlanmıştır. Bu sorunun çözümü için "3/30=9/?" veya "3/9=30/?" orantılarındaki bilinmeyen değerin bulunması yeterlidir. Bilinmeyen değeri bulmak için 3 km ile 9 km arasındaki orantısal ilişki veya 3 km ile 30 dakika arasındaki orantısal ilişki kullanılabilir. Fakat, bilinmeyen değeri bulmak için nicelikler arasındaki orantısal ilişkileri fark etmeden içler-dışlar çarpımı algoritması da kullanılabilir. Bu durumda bu sorunun çözümüne ulaşılmış olması orantısal akıl yürütmenin varlığını göstermez.

Orantısal akıl yürütme çalışmalarında kullanılan ikinci soru türü sayısal karşılaştırmadır. Bu soru türünde, iki orantıyı oluşturan dört değerin (a, b, c ve d) tamamı verilmiştir ve amaç "a/b ve c/d oranları arasındaki sıralama ilişkisini belirlemektir" (Lamon, 2007, s. 637). Başka bir deyişle, bu tür sorular, iki oranın eşit olup olmadığını veya hangisinin diğerinden büyük ya da küçük olduğunu belirlemek için karşılaştırma yapmayı gerektirir (Ben Chaim vd., 2012). Bu sorunların amacı, iki farklı oran verildiğinde sayısal bir cevaba gerek olmadan oranların karşılaştırılmasıdır. Örneğin bir sayısal karşılaştırma sorusu şu şekilde olabilir: "Bir yürüyüş yolunda Gül 3 km'yi 30 dakikada yürüyor, Mine 9 km'yi 100 dakikada yürüyorsa hangisi daha hızlı yürümüştür?" Bu soruyu çözmek için her bir kişinin kilometre/dakika oranlarını karşılaştırarak hangisinin daha hızlı olduğu bulunabilir. Okul matematiğinde ve matematik ders kitaplarında sıklıkla karşılaşılmayan bu tür soruların çözümünde ezbere dayanan kuralların (içler-dışlar çarpımı gibi) kullanılmadığı açıktır. Bu sorunları çözmek için nicelikler arasındaki orantısal ilişkileri oranları kullanarak bulmak ve karşılaştırmak gerekir.

Orantısal akıl yürütme çalışmalarında kullanılan üçüncü soru türü nitel akıl yürütmedir. Bu tür sorularda sayısal değerler verilmez ve amaç karşılaştırmaları sayısal değerlere bağlı olmaksızın yapmaktır. Nitel akıl yürütme soruları iki farklı türe sahiptir: nitel karşılaştırma soruları ve nitel tahmin soruları. Bu sorular sayısal değerler içermez; ancak, "ölçüm uzaylarındaki değişkenlerin dengelenmesini gerektirir" (Cramer vd., 1993, s. 166). Örneğin, "Bir yürüyüş yolunda Gül, Mine'den daha kısa zamanda daha fazla yürümüştür. Buna göre hangisi daha hızlı yürümüştür?" sorusu bir nitel karşılaştırma sorusudur. Nitel tahmin sorusu örneği: "Bir baba çocuklarına öğle ve akşam yemekleri için farklı sürahilerde ayranlar hazırlamıştır, öğle yemeğinde hazırladığı ayranı akşam yemeğindekine göre daha büyük sürahide daha az yoğurtla hazırlamıştır. Öğle yemeğindeki ayranın kıvamı akşam yemeğindekine göre a) yoğunluğu fazladır, b) daha durudur, c) aynıdır, d) verilen bilgi eksiktir." İki soru türünün çözümünde de nitel karşılaştırmalar yapmak için sayısal değerlere bağlı kalmak veya sayısal değerleri kullanmak gerekmemektedir (Ben-Chaim vd., 2012). Okul matematiğinde nadiren karşılaşılan bu tür soruların çözümünde, ezbere cebirsel kurallar (örneğin, içler-dışlar çarpımı) uygulanamaz. Ayrıca, soruda sayılara yer verilmediği için nicel karşılaştırmalar yapmak da mümkün değildir. Öncesinde orantısal akıl yürütme becerisinin hem nicel hem de nitel süreçleri içerdiğini belirtmiştik. Benzer şekilde öğrencilerin bu tür bir soruyu çözmek için değişkenler arasındaki orantısal ilişkileri nitel karşılaştırmalar yaparak fark etmeleri beklenir.

2.5. Orantısal Akıl Yürütme Çalışmalarında Ortaya Çıkan Çözüm Stratejileri

Alan yazında orantısal akıl yürütme sorularını çözmek için çok çeşitli stratejiler bulunmaktadır (Baroody & Coslick, 1998; Ben Chaim vd., 2012; Cramer & Post, 1993; Cramer vd., 1993; Kaput & West, 1994; Lamon, 2007, 2012). Bazı çalışmalarda (Baroody & Coslick, 1998; Kaput & West, 1994) kullanılan stratejiler formal ve informal stratejiler olarak tanımlanmıştır. Bazı araştırmacılar "informal stratejileri", "formal öncesi stratejiler" olarak adlandırırken (Ben-Chaim vd., 2012), bazıları "sezgisel stratejiler" olarak adlandırmıştır (Cramer ve Post, 1993; Lamon, 2007), bazı araştırmacılar ise stratejilerin herhangi bir kategorizasyonunu yapmamıştır (Cramer vd., 1993; Lamon, 2012). Bu derleme araştırmasında stratejilerin sınıflandırılması, informal ve formal stratejiler olarak adlandırılacaktır.

Formal stratejiler, cebir kurallarının uygulandığı cebirsel yöntemler (örneğin, içler-dışlar çarpımı) olarak tanımlanabilirken, informal stratejiler genellikle orantılı ilişkilerin kullanıldığı yöntemlerdir (örneğin, birim oran ve değişim çarpanı). Cramer & Post (1993), öğrencilere orantı sorularını çözmede informal stratejileri kullanmaları yönünde yönlendirme yapılmasını önermektedirler. Ayrıca, informal stratejilerin tam anlamıyla içselleştirilip kullanılması sağlanmadan formal stratejilerin öğretilmemesi gerektiği vurgulanmaktadır.

Araştırmalar, öğrencilerin ve hatta öğretmenlerin, orantısal akıl yürütme gerektiren soruları çözmek için sıklıkla cebir kurallarına ve özelliklerine dayalı formal stratejiler kullandığını göstermiştir (Ben Chaim vd., 2012; Cramer & Post, 1993; Pişkin-Tunç, 2020). Şüphesiz, en yaygın formal strateji *içler-dışlar çarpımı* stratejisidir. Bu stratejide, içler-dışlar çarpımı algoritmasıyla orantı kurulur ve eşitlik çözülür (Van de Walle vd., 2010). İçler-dışlar çarpımı algoritmasının fiziksel bir referansı yoktur bu nedenle daha az anlamlıdır (Cramer & Post, 1993). Ayrıca, verimli bir strateji olmasına rağmen, değişkenler arasındaki çarpımsal ilişkileri vurgulamadığı için kafa karışıklığına ve hata yapmaya yol açabilir (Cramer & Post, 1993; Cramer vd., 1993). Dahası, bu algoritmayı körü körüne uygulayanlar, bir durumun orantılı olup olmadığını belirlemede zorluk yaşayabilir (Lamon, 2012).

En çok kullanılan informal stratejilerden biri, bir oranın belirlenip toplama yoluyla ona eşit olan başka oranlara genişletildiği *artırma stratejisidir* (Lamon, 2007, 2012). Örneğin bir bilinmeyen değer sorusu: "Üç şeker 22 TL ediyorsa dokuz şeker için kaç TL ödememiz gerekir?" şeklinde olsun. Bu soruyu artırma stratejiyle şu şekilde çözebiliriz:

Üç şeker 22 TL,

Üç şeker daha alırsam 3 + 3 = 6 şeker için 22 + 22 = 44 TL öderim,

Üç şeker daha alırsam 6 + 3 = 9 şeker için 44 + 22 = 66 TL öderim.

Arttırma stratejisinde, temel amaç, toplamsal örüntüleri kullanarak istenen bir miktara ulaşmaktır (Lamon, 2007). Bu strateji, çocukların birçok orantı sorusuna çözüm ararken kendiliğinden kullandıkları yararlı ve sezgisel bir strateji olsa da ek bilgi olmadan orantısal akıl yürütmenin gerçekleştiği bir süreç olarak kabul edilemez (Lamon, 2007, 2012). Bunun nedeni, bu stratejiyi kullanan kişinin nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkileri göz önünde bulundurmamasıdır. Başka bir deyişle, arttırma stratejisi kullanılarak bir soruyu çözme sürecinde nicelikler arasındaki sabit oran dikkate alınmaz.

Bir başka çok kullanılan informal strateji "Kaç kat?" sorusunu soran *değişim çarpanı stratejisidir* (Cramer vd., 1993). Stratejinin nasıl kullanılabileceğini örneklendirmek için, "Üç kalemin fiyatı 60 TL ise, altı kalemin fiyatı ne kadardır?" sorusuna bakalım. Değişim çarpanı stratejisi, (a) her bir durumda satın alınan kalem sayısını karşılaştırmayı, (b) ilk durumda satın alınan kalem sayısı ikinci durumda satın alınan kalem sayısının kaç katı olduğunu gösteren değişim çarpanını belirlemeyi ve (c) ilk durumda ödenen fiyatı değişim çarpanıyla çarpmayı gerektirir. Diğer bir deyişle soruyu çözmek için değişim çarpanı stratejisini kullanan bir öğrenci, kalem sayısı ikiye katlanırsa, fiyatın da ikiye katlanması gerektiğini düşünmelidir. Stratejinin temel amacı, bir ölçüm uzayı içindeki çarpımsal ilişkiyi bulmaktır (Cramer vd., 1993).

Yaygın olarak kullanılan informal stratejilerden biri, "Bir tür niceliğin kaç biriminin başka bir tür niceliğin bir birimine karşılık geldiğini" sorgulayan *birim oran stratejisidir* (Lamon, 2012, s. 52). Başka bir deyişle, bu strateji "Bir için kaç?" sorusunu soran bir stratejidir (Cramer ve Post, 1993). Stratejinin temel amacı, ölçüm uzayları arasındaki çarpımsal ilişkiyi bölme yoluyla bulmaktır (Cramer vd., 1993). Örneğin, "Nehir ve Su bir yüzme havuzunda farklı kulvarlarda aynı hızla yüzmeye başladılar. Nehir 6 turu 36 dakikada yüzdüyse, Su 18 turu kaç dakikada yüzer?" sorusuna bakalım. Bu soruda Nehir'in 4 turu 20 dakikada yüzmesine ilişkin oranlar iki farklı şekilde gösterilebilir:

$$\frac{36\,dakika}{6\,tur}\ veya\ \frac{6\,tur}{36\,dakika}$$

İlk durum için birim oran; 1 tura 6 dakikadır çünkü 36 dakikanın 6 tura bölümü 6'dır. İkinci durum için birim oran; 1 dakikada 1/6 turdur çünkü 6 turun 36 dakikaya bölümü 1/6'dır. Bu sorunun çözümü için aşağıdaki gibi ilk birim oranın kullanılması daha uygundur:

$$\frac{6\,dakika}{1\,tur} \times 18\,tur\ = 108\,dakika$$

Eğer soruda Su'nun 108 dakikada kaç tur yüzdüğü sorulmuş olsaydı ikinci birim oranın (1 dakikada 1/6 tur) seçilmesi daha uygun olacaktı. Bir orantı sorusunu çözmek için hangi birim oranın çarpan olarak alınmasının işlemleri kolaylaştıracağını belirlemek gerekir. Ancak, orantı sorularını çözerken genel olarak hangi birim oranın seçileceğini belirlemede zorluk yaşandığı görülmüştür (Cramer vd., 1993).

Sonuç

Orantısal akıl yürütme, sadece oran ve orantı kavramlarını ezberlemekten ibaret olmayan, daha ziyade nicelikler arasındaki ilişkileri derinlemesine anlamayı gerektiren kapsamlı bir matematiksel düşünme sürecidir (Lamon, 2007). Öğrencilerin bu becerilerini geliştirmek isteyen öğretmenlerin, doğrudan formül odaklı bir yaklaşımdan kaçınmaları ve öğrencilerin orantısal ilişkileri kendiliğinden keşfetmelerine olanak tanıyan informal stratejilere ağırlık vermeleri gerekmektedir (Cramer & Post, 1993). Örneğin, öğrencilerden günlük hayattan orantısal ilişkili ve orantısal ilişkili olmayan durumlar oluşturmaları istenebilir. Bu sayede öğrenciler, orantısal ilişkilerin somut örneklerini görerek daha iyi anlayabilirler.

Öğretmenler, öğrencilerin farklı çözüm stratejileri geliştirmelerine teşvik etmeli ve bu stratejilerin arkasındaki mantığı anlamalarına yardımcı olmalıdır (Lamon, 2012). Örneğin, bir orantı sorusunu çözerken öğrencilerden hem değişim çarpanı stratejisini kullanmalarını hem de birim oran stratejisiyle soruyu çözmeleri istenebilir. Böylece öğrenciler, farklı stratejilerin avantajlarını ve dezavantajlarını görerek daha esnek bir düşünce yapısına sahip olabilirler.

Öte yandan, öğretmenlerin öğrencilerin orantısal ve orantısız durumları ayırt etmelerine yardımcı olacak etkinlikler tasarlaması büyük önem taşır. Örneğin, öğrencilere hem orantısal hem de orantısal olmayan ilişkiler içeren çeşitli sorular vererek, bu durumlar arasındaki farkları görmelerini sağlayabilirler. Yetişkin nüfusun önemli bir kısmının orantısal akıl yürütemediği göz önüne alındığında, bu becerinin sadece yaşla gelmediği, aktif bir öğrenme süreci gerektirdiği anlaşılmaktadır.

Kaynakça

Ayan Civak, R., Işıksal Bostan, M., & Yemen Karpuzcu, S. (2024). From informal to formal understandings: analysing the development of proportional reasoning and its retention. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *55*(7), 1704-1726.

Aydoğdu, Ü. R., Karamustafaoğlu, O., & Bülbül, M. Ş. (2017). Akademik araştırmalarda araştırma yöntemleri ile örneklem ilişkisi: Doğrulayıcı doküman analizi örneği, *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*, 556-565.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. New York: Lawrence Erlbaum.

Ben Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B-S. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education (pre- and in-service mathematics teachers of elementary and middle school classes).* Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Cramer, K. & Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics teacher, 86*(5), 404-407.

Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In D. Owens (Ed.), *Research Ideas for the Classroom* (pp. 159-178). NY: Macmillan Publishing Company.

Ezaki, J., Li, J., & Copur Gencturk, Y. (2024). Teachers' knowledge of fractions, ratios, and proportional relationships: The relationship between two theoretically connected content areas. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *22*(2), 235-255.

Fuson, K. C., & Abrahamson, D. (2005). Understanding ratio and proportion as an example of the apprehending zone and conceptual-phase problem-solving models. In J. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 213–234). New York: Psychology Press.

Heller, P., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1990). Qualitative and numerical reasoning about fractions and rates by seventh and eighth grade students. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(5), 388-402.

Hoffer, A. (1988). Ratios and proportional thinking. In T. Post (Ed.) *Teaching mathematics in grades K-8: Research based methods* (pp. 285-313). Boston: Allyn & Bacon.

Kaput, J. J., & West, M. M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 235-287). Albany: State University of New York Press.

Karasar, N. (2005). *Bilimsel araştırma yöntemi.* Nobel Yayın Dağıtım.

Lamon, S. J. (1995). Ratio and proportion: Elementary didactical phenomenology. In J. T. Sowder & B. P. Schapplle. (Eds.) *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades.* (pp. 167-183) Albany, NY, State University of New York Press.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 629–668). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3rd ed.). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı 5-8. sınıflar: Öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara, Türkiye: MEB.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar: Öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara, Türkiye: MEB.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı 5, 6, 7 ve 8. sınıflar: Türkiye yüzyılı maarif modeli.* Ankara, Türkiye: MEB.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Pişkin Tunç, M. (2020). Investigation of middle school students' solution strategies in solving proportional and nonproportional problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 11*(1), 1-14.

Pişkin Tunç, M., & Çakıroğlu, E. (2022). Fostering prospective mathematics teachers' proportional reasoning through a practice-based instruction. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *53*(2), 269-288.

Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1988). Proportionality and the development of pre-algebra understandings. In A. Coxford & A. Shulte (Eds.) *The Idea of Algebra K-12: Yearbook,* National Council of Teachers of Mathematics (pp. 78-90). Reston, VA: NCTM.

Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in Mathematics, 43*, 271-292.

Van de Walle, J., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics methods: Teaching developmentally (7th edition)*. New York: Allyn and Bacon.

Van Dooren, W., De Bock, D., Depaepe, F., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2003). The illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *53*, 113–138.

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition and Instruction*, *23*, 57–86.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemler*i. Ankara: Seçkin Yayıncılık.